2025年合同教研
数学教育分科会報告

成田 收

1　数学教育分科会

2025年合同教育研究全道集会数学教育分科会は11月2日札幌大通高校でzoomによるオンラインと、会場参加併用のハイブリッド分科会として開かれた。参加者は10名で、幼児教育、小学校、中学校、高校と各種の校種の教員及び教員志望者が集まり開くことができた。レポートは 1.excel を使おう　遠藤公彦　2. バカロレア2025年数学問題を見る　渡邊勝　3. 線積分による面積公式　真鍋和弘　4. 万有引力から楕円軌道の導出　成田收の4本であった。以下各レポートを簡単に紹介する。

1.1　excel を使おう　遠藤公彦

三角形の内角の和から多角形の内角の和に発展させる指導過程のレポートである。足し算が不得意な子に配慮して、エクセルの和を求める機能を使うことを提唱するものである。

小学校では、三角形の内角の和が 180° になることを証明することはなく、感覚的に納得する教材になっているとのことであった。紙の三角形を作って、これを3つにちぎり、3つの角を一点に合わせて台紙に貼るとほぼ 180° になることから、三角形の内角の和は 180° であると確信するのだそうである。その後、excel ワークシートを使って教科書のいろいろな三角形の角を表に記入し、和を求めると 180° になることを確認する。最後に、自分で勝手に書いた三角形について分度器で測って記入し和を求める作業をしたという。

さらに、4角形、5角形、$\cdots$、100角形の内角の和を求める計算も、エクセルで行った。4角形は2つの三角形に分けて考えると、$180^\circ \times 2 = 360^\circ$ これをエクセルの数式で計算させる。すると、5角形は3つの三角形に分けて $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ これはなんとかなりそうだが、100角形になると98個の三角形に分けて $180^\circ \times 98 = 17640^\circ$ このあたりになると、手計算ではなかなか大変だ。しかしエクセルシートでは自動で計算される。というのがレポートの内容であった。たしかに、足し算や掛け算が困難な子であっても、タブレット端末の力を借りることによって壁を乗り越えられる。ICTもこんな使い方なら、役に立つかもしれない。タブレットを使うことが目的のICT教育とは一味違った、子どもを見つめる視線に愛情を感じる実践であった。

議論の中で、たとえ小学校であっても、三角形の内角の和が 180° になることは、平行線の性質から数学的にきちんと納得するような指導形態が求められるのではないかということが語られた。私個人もどちらかというと、そう思う。小学校だからといって、数学的真実に触れなくてもよいとは思われないと感じた。

1.2　バカロレア2025年数学問題を見る　渡邊勝

今年の数学の問題は昨年よりも難しかった。4問からなるが、第1問は確率統計問題。フランス人の血液型ABO式とRh因子の分布の問題。「数理科学的な問題」である。A型B型AB型の人数分布とその中のRh因子が陽性である比率、および、全体の中のRh因子陽性の確率を与える。このとき、樹形図を完成させる。また、O型でRh因子陰性のものを万能献血者というが、全体の中から1人を選んだときその人が万能献血者である確率を問う。さらに100人の標本をとったときそのうち X 人が万能献血者であるとすると $P(X)$ が二項分布に従うことを示させ、$P(X \geqq 7)$ を求めさせ、$E(X)$ を求めさせる。さらに、N 個の都市でそれぞれ100人の標本を抽出しその中の万能献血者の人数を X_i とするとき、$X_1 \cdot, X_N$ の平均 M_N、分散 $V(M_N)$ を議論させるなど平均値、分散の公式を扱えるかを問うている。さらにチェビシェフの不等式についても問う問題である。

第2問は解析の問題である。

$f(x) = x(2(\ln x)^2 + 3\ln + 2)$　（$\ln x$ は自然対数）について考察する。微分係数と接線の傾き、導関数の算出法、自然対数を変数とする合成関数を扱わせている。曲線の凹凸 2 次導関数の関係、変曲点の問題を扱う。最終的には $x = e$ における接線 $y = 2x - e$ と曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = 1$ とで囲まれる部分の面積を求める部分積分の問題を扱う。

第 3 問は空間図形をベクトルを使って考察する問題である。直線の方程式、方向ベクトル、平面の方程式、法線ベクトル、点と平面の距離などを問う問題である。

第 4 問は数理科学的な問題で、海底でのある海藻が繁茂する数理モデルを扱う。n 年後の繁茂面積を u_n とすると $u_{n+1} = -0.02{u_n}^2 + 1.3u_n$ として漸化式を扱う。この場合不等式 $1 \leqq u_n \leqq u_{n+1} \leqq 20$ を数学的帰納法によって示させる。さらに、連続モデルとして、t 年後の繁茂面積を $y = f(t)$ として微分方程式 $y' = 0.02y(15 - y)$ を満たすものとするとき、$g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$ とすると、$y = g(t)$ に関する微分方程式が $y' = -0.3y + 0.02$ となることを誘導し、この微分方程式を解かせている。

バカロレア試験では、この 4 問を解くために 4 時間の猶予を与えている。完全記述式で日本のマークシート方式とは対照的である。計算機使用を認めていて、数理科学的問題が必ず入っている。問題がおおらかで「難問」がない、という特徴がある。日本の高校ー大学接続問題においても参考になる点が多い。

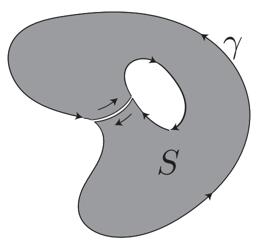
1.3　線積分による面積公式　真鍋和弘

グリーンの定理は 1828 年にイギリスの数理物理学者グリーンによって、電磁気学に関する論文の中で証明された等式である。

2 次元実空間 $\mathbb{R}^2$ 内の領域 S で定義された微分可能な関数 $p(x,y), q(x,y)$ について、次の等式が成立する。

$$\int_\gamma p dx + \int_\gamma q dy = \iint_S \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x}\right) dxdy$$

ここで、γ は有限領域 S の境界を S を左に見ながら一回りする道である。右辺は重積分である。



$\dfrac{\partial p}{\partial y}$ は関数 $p(x,y)$ を y だけを変数と見て微分したものである。

この式で $p(x,y) = -y$, $q(x,y) = x$ とおくと、

$$\int_\gamma -ydx + \int_\gamma xdy = 2\iint_S dxdy$$

となる。ところで、簡単な考察から

$$\int_\gamma -ydx = \int_\gamma xdy$$

がわかるので、

$$\int_\gamma -ydx = \iint_S dxdy = (S\text{ の面積}) \tag{1}$$

がわかる。レポートでは、このあと、長方形、三角形、円について、(1) 式を実際に計算して確かめる。確かに見慣れた面積の公式があらわれる。これで、大定理であるグリーンの定理が身近なものとして感じられる。

1.4　万有引力から楕円軌道の導出　成田收

ニュートンは万有引力を発見した。ニュートンの夢は、働いている力がわかれば物体がどのように運動するかわかるようにすること、つまり、万有引力によって惑星は楕円軌道を描くことを示すことだった。しかしニュートンはこれに成功しなかった。これを成し遂げたのは、ヨーロッパ大陸で発展した無限小の学問、微積分の力によるものだった。したがって、微積分を学ぶときに、「万有引力から楕円軌道の導出」する問題を扱うことは、微積分を学ぶ必然性を伝える文化史的に重要なキーポイントとなる。本レポートはこのことの教材化に向けた基礎研究である。しかし、いまだ、教材化にいたってはいない。みなさんの知恵を借りて高校生が納得して、感動する微積分教材を作りたいものだと思う。